
Hydrologie und Flussgebietsmanagement

o.Univ.Prof. DI Dr. H.P. Nachtnebel

Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und konstruktiver Wasserbau

Gliederung der Vorlesung

- Statistische Grundlagen
- Extremwertstatistik
- **Korrelation und Regression**
- Zeitreihenanalyse und Anwendung
- Regionalisierung & räumliche Interpolation
- Bodenwasserhaushalt
- Grundwasserhaushalt
- N-A Modelle – Einheitsganglinie
- N-A Modelle – kombinierte Translations- und Speichermodelle
- Kontinuierliche N-A Modelle
- Retention und Flood Routing
- Hydrologische Vorhersagen
- Flussgebietsmodelle
- Stofftransport
- Sedimenttransport – Modellierung
- Flussgebietsmodelle

Definitionen / Anwendung

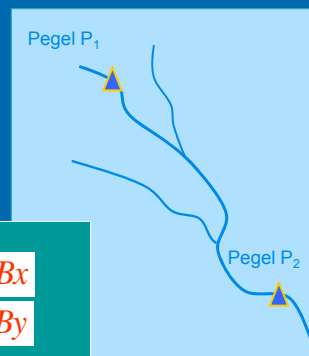
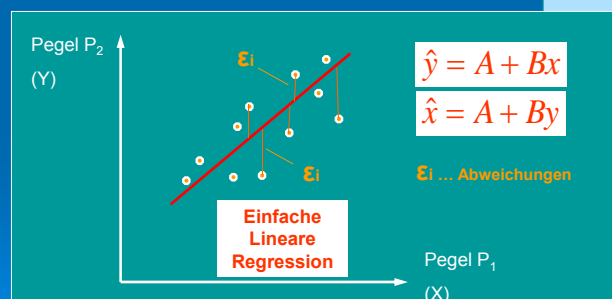
- **Regression**
 - Ermittelt ART des Zusammenhanges von verschiedenen Messwertreihen
- **Korrelation**
 - GÜTE des Zusammenhanges
 - Maßzahl: Korrelationskoeffizient
- **Anwendung**
 - Verknüpfung zwischen verschiedenen hydrologische Variablen zur Prognose
 - Schluss von Variabler X auf Y
 - schließen von Messlücken
 - Trendanalyse von Beobachtungsreihen
- **Stichprobenvoraussetzung**
 - Untersuchte Variablen sind normalverteilte Zufallsvariablen
 - Unabhängigkeit
 - Homogenität

Korrelation und Regression

Seite 3

Einfache lineare Regression

- Lineare Beziehungsgleichung zwischen P_1 und P_2
- Regression von y auf x und umgekehrt von x auf y möglich



Korrelation und Regression

Seite 4

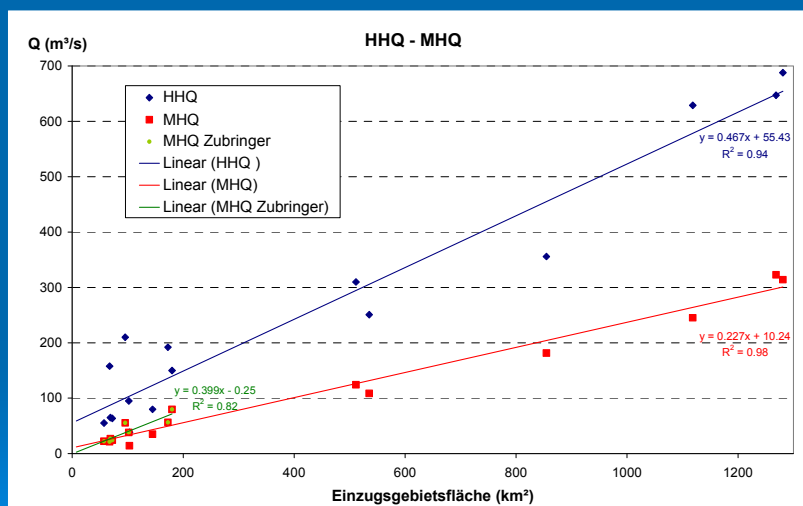
Normalgleichungen

➤ Methode der kleinsten Quadrate → Normalgleichungen

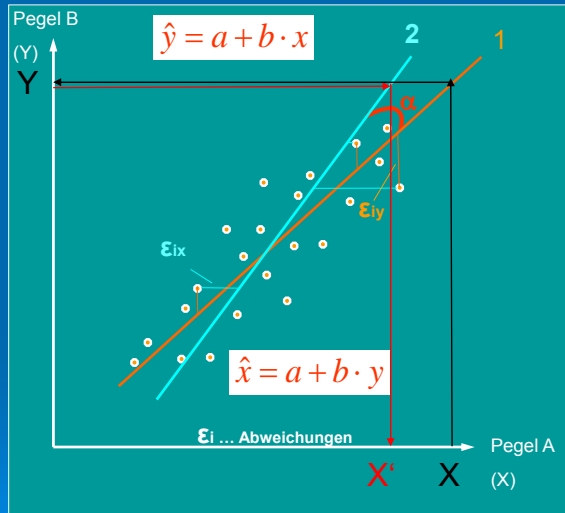
- Lösung des Gleichungssystems = Schätzgleichung für die Parameter a, b, c ...

Funktionsgleichung	Normalgleichungen
$y = a + bx$	$a \cdot n + b \sum x = \sum y$ $a \sum x + b \sum x^2 = \sum (xy)$
$y = a + bx + cx^2$	$a \cdot n + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y$ $a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy$ $a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum (x^2 y)$
$Q_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$Q_x = \sum (x_i - \bar{x})^2$

Abfluss und Einzugsgebietsfläche



Korrelation



$$\text{Min} \left\{ \sum \epsilon_i^2 \right\}$$

- Schätzung von x auf y
Regressionsgerade 1
- Schätzung von y auf x
Regressionsgerade 2
- Aussage über die Güte
des Zusammenhangs
über den
einschließenden
Winkel

Korrelation und Regression

Seite 7

Mehrfache (multiple) Regression

- $Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3$
- $Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2^2$

linear

nichtlinear

Korrelation und Regression

Seite 8

Zusammenhang – Maßzahlen 1

➤ Korrelationskoeffizient

- r prüft allgemein das Varianzverhältnis vom Schätzwert \hat{y}_i zu gemessenem Wert y_i

$$r = \pm \sqrt{\frac{(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{(y_i - \bar{y})^2}} \quad -1 \leq r \leq 1$$

- $|r| = 1 \rightarrow$ idealer linearer Zusammenhang
 - Positives Vorzeichen – wächst x, wächst y
 - Negatives Vorzeichen – wächst x, nimmt y ab
- $r = 0 \rightarrow$ kein Zusammenhang

• Was drückt Korrelationskoeffizient aus?

- Varianz des Modells
- Varianz der Messwerte

$$\frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n-1} \qquad \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

Zusammenhang – Maßzahlen 2

Bewertungsmaßstäbe für den Korrelationskoeffizienten r nach Chaddock und Appollov

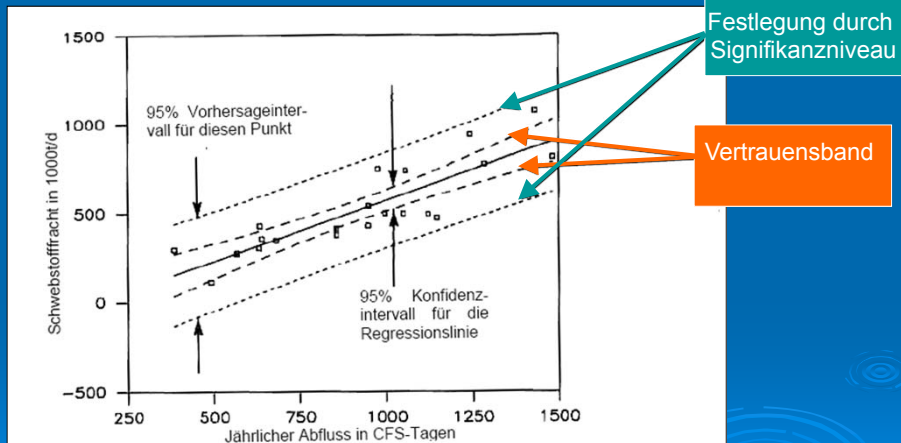
Bereich von r	Grad der Korrelation nach Chaddock	Bereich von r	Güte der hydrologischen Vorhersage nach Appollov
< 0,3	sehr gering	< 0,6	unzureichend
0,3 bis 0,5	mäßig	> 0,6	gering
0,5 bis 0,7	deutlich	> 0,8	ausreichend
0,7 bis 0,9	eng	> 0,9	gut
0,9 bis 1,0	sehr eng, straff		
r = 1	funktional		

➤ Bestimmtheitsmaß

$$B = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\text{Varianz durch Regression}}{\text{Gesamtvarianz}}$$

Beispiel: B = 0,6
60 % der Varianz erklärt

Vertrauensbereiche für Regressionsgerade



Korrelation und Regression

Seite 11

Prüfverfahren

- Stichprobe – Grundgesamtheit
 - a, b und r aus Stichprobe → signifikant für Grundgesamtheit?
- r signifikant $\neq 0$ mit Irrtumswahrscheinlichkeit α

$$t = \frac{r - \rho}{s_r}$$

- Für die Umgebung $r = 0$ → Variable folgt Student-Verteilung

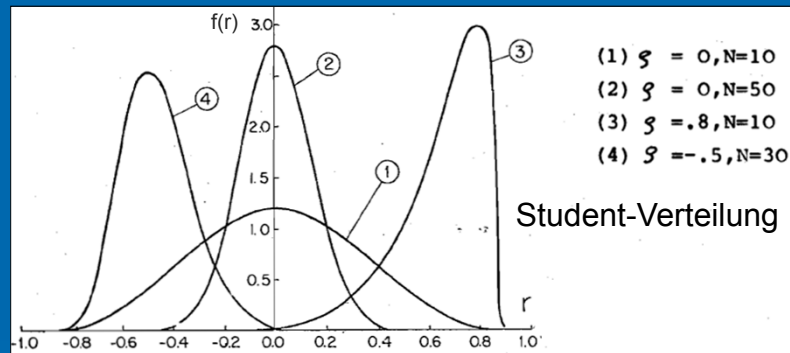
$$t = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

- $t < t_{\alpha, n-2} \dots$ r weicht NICHT signifikant von 0 ab
- $t > t_{\alpha, n-2} \dots$ r $\neq 0$

Korrelation und Regression

Seite 12

Prüfverfahren 2 / Vertrauensbereich von r

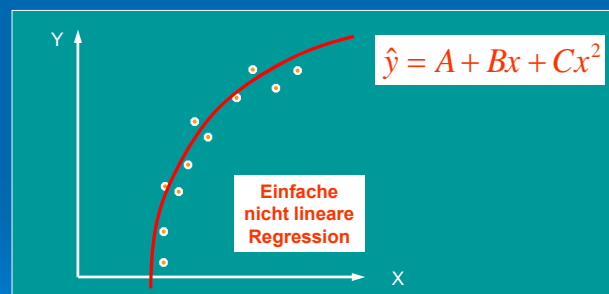


➤ Vertrauensbereich von r

- α als Quantil der Standardverteilung – beidseitig
- Ober- und Untergrenzen von r über α und Fisher-Transformation

Einfache nichtlineare Regression

- Stichprobenvoraussetzungen gelten – Kontrolle der Normalverteilung mittels Histogramm
- Nichtlineare Beziehungsgleichung
- $\text{Min}\{\text{Max}|\varepsilon_i|\}$



Grundwasserneu

$$y = 0,53 + (-0,04 \cdot x_1 + 0,048 \cdot x_3 +$$

- $y =$ Grundwasser
- $x_1 =$ Dekadennum
- $x_2 =$ Niederschlag
- $x_3 =$ Vorregensum
- $x_4 =$ Temperatur
- $x_5 =$ Bodenmächtig

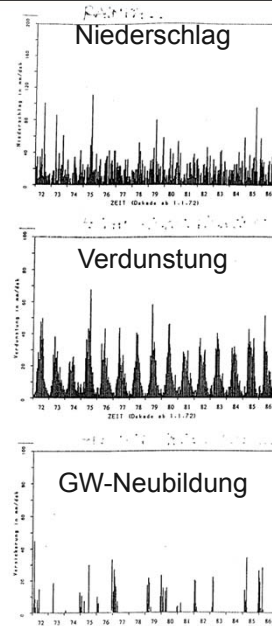
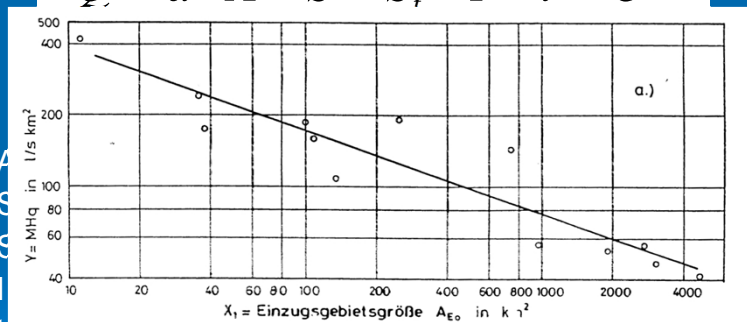


Abb. 5.33. Bilanzgrößen eines seichtgründigen Profils (Breitstetten, 40 cm)

Korrelati

Nichtlineare Multiple Regression Abflussspitze, Gebietscharakteristik, Jährlichkeit

$$Q = a \cdot A^b \cdot S^c \cdot S_t^d \cdot I^e \cdot t^f \cdot O^g$$



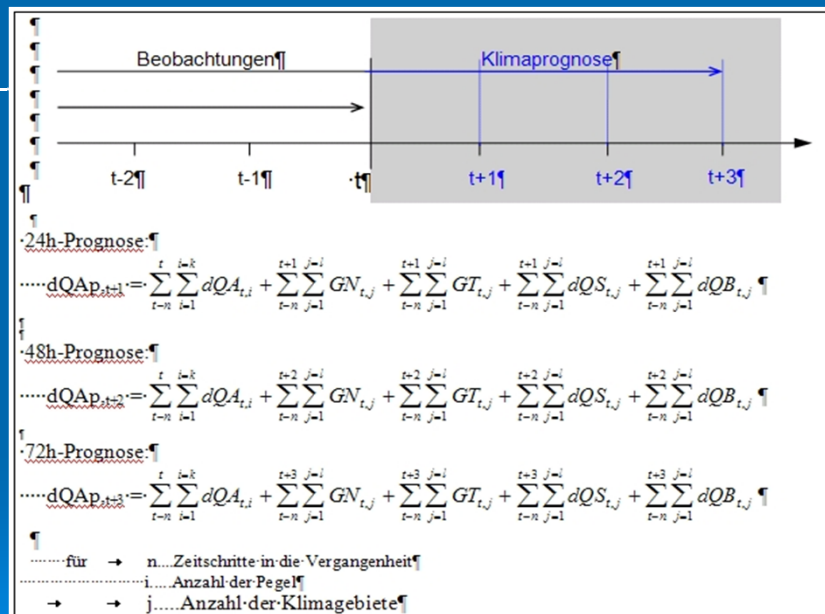
- A = Einzugsgebietsgröße
- S = mittlere Jahresniederschlagsmenge
- S_t = Temperaturfaktor für Gefrieren/Schneesmelze
- O = Orographischer Faktor (NS-Verteilung)

Korrelation und Regression

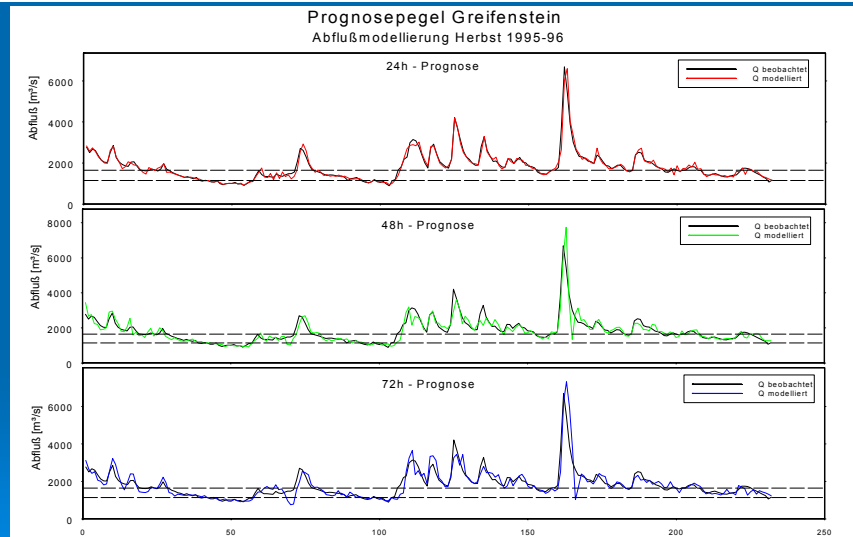
Seite 16

Prognosemodell

- dQ: Differenz von Abflüssen:
 - 24h-Prognose
 - 48h-Prognose
 - 72h-Prognose
- dQA: Differenz von Pegelabflüssen
- dQS: Differenz von Schneeschmelzabflüssen
- dQB: Differenz von Bodenspeicherabflüssen
- GN: Tagessumme des Gebietsniederschlags
- GT: Tagesmittel der Gebietstemperatur



Abflussprognosen



Korrelation und Regression

Seite 19

Rückblick Korrelation und Regression

- Erklären von Regression / Korrelation und deren Voraussetzungen
- Arten der Regression / Korrelation
 - Einfach linear
 - Nichtlinear
 - Mehrfach
- Maßzahlen für den Zusammenhang
 - Korrelationskoeffizient
 - Bestimmtheitsmaß
- Beispiele aus der Hydrologie

Korrelation und Regression

Seite 20